

正多角形柱状体の壁面風速

酒 井 長 武[◎]
浩 谷 洋

1. 緒 言

送電線の振動は風速によって左右される。風速は径間の小地形に依存する所が多い。簡単のために小地形を二次元的なものとし、多角形又は円弧の一部で近似出来るものとすれば、各点の風速を求め風速分布図を作ることは極めて容易である^(*)。但し、其の計算は複雑であるので電子計算機に依る以外に道はない。

因に、最近高層建築物の増加に伴ない、正多角形柱状体の風に対する振舞の検討が盛んに行われるようになって来た。併し、いずれも風洞等による実験的研究のみである。

筆者が検討した所に依れば、此の種の柱状体をあらわす数式は、数学的には円柱から簡単に導入されるのでこれを利用して建築物壁面の風速分布・負圧力係数等を知ることが出来る。

2. 基本式の導入

複素関数論の教える所にしたがえば、 z 面での単位円の内部は ω 面の $\xi=1$ を1つの頂点とする正多角形の外部へ次式

$$\frac{d\omega}{dz} = \frac{(1-z^n)^{\frac{1}{n}}}{z^2}, \quad z = x + jy \quad (1)$$

によって変換される。但し、 n は正多角形の辺数をあらわす。したがって、単位円の外部を正多角形の外部へ変換するには、 $z \rightarrow 1/z$ とおけばよいから、

$$\frac{d\omega}{dz} = -\frac{(z^n-1)^{\frac{1}{n}}}{z^2}, \quad \omega = \xi + j\zeta \quad (2)$$

を得る。

次に、 z 面での風向が x 軸に対して傾角 α であるときは、 z 面での流れ関数 F は、風速を U として、

$$F = U \left(ze^{j\alpha} + \frac{1}{z} e^{-j\alpha} \right) \quad (3)$$

である。したがって、これを ω 面へ変換すれば、

◎ さかい おさむ 工博 相談役 しふや ひろし 研究部

$$\begin{aligned}
\left| \frac{dF}{d\omega} \right| &= \left| \frac{dF}{dz} \right| \cdot \left| \frac{dz}{d\omega} \right| \\
&= \left| U \cdot \left(e^{j\alpha} - \frac{1}{z^2} e^{-j\alpha} \right) \cdot \frac{z^2}{(z^n - 1)^{\frac{2}{n}}} \right| \\
&= \left| \frac{U \cdot (z^2 e^{j\alpha} - e^{-j\alpha})}{(z^n - 1)^{\frac{2}{n}}} \right| \quad (4) \\
&= \left| \frac{z^2 e^{j2\alpha} - 1}{(z^n - 1)^{\frac{2}{n}}} \right| \quad (4')
\end{aligned}$$

となる。但し、式(4)'は式(4)のUを1と置いたもので風速を規格化したものである。

式(4)'は ω 面での風速を示し、正n辺形の壁面では、 α 方向については風速は常に零であり各辺の頂角部においては風速が無限大であることを示している。但し頂角が風向と一致するときは、其の頂角における風速は零となる。

式(4)'は又、 ω 面での風向が常に ξ 軸に平行であるとして、

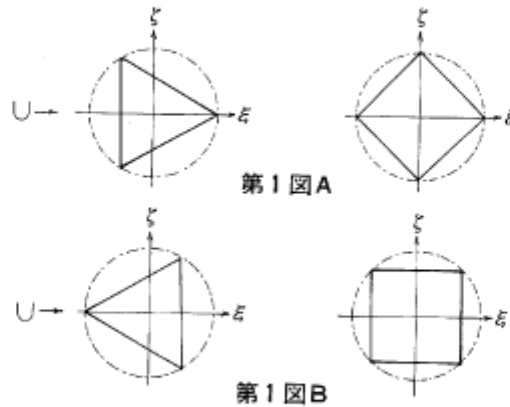
(A) 頂点の一つが ξ 軸の正側にあれば(第1図A),

$$\left| \frac{dF}{d\omega} \right| = \left| \frac{z^2 - 1}{(z^n - 1)^{\frac{2}{n}}} \right| \quad (5)$$

(B) 一辺の中点が ξ 軸の正側にあるとき(第1図B),

$$\left| \frac{dF}{d\omega} \right| = \left| \frac{z^2 - 1}{(z^n + 1)^{\frac{2}{n}}} \right| \quad (5')$$

として表示出来る。式(5), (5')は $n \rightarrow \infty$ において $(1 - 1/z^2)$ となり、円の場合と一致する。



然るに式(5), (5)'は又 ω 面での壁面の風速を $z=e^{j\theta}$ とおいて,

$$(A) \quad u_s = \left| 2^{1-k} \cdot \frac{\sin \theta}{\left(\sin \frac{n}{2} \theta\right)^{\frac{1}{k}}} \right| \quad (6)$$

$$(B) \quad u_s = \left| 2^{1-k} \cdot \frac{\sin \theta}{\left(\cos \frac{n}{2} \theta\right)^{\frac{1}{k}}} \right| \quad (6)$$

として表示することが出来る。但し, $z=(r, \theta)$ としている。壁面では $r=1$ である。

3. 角柱の壁面風速

例題として, 正四辺形柱状体についての壁面風速を吟味する。

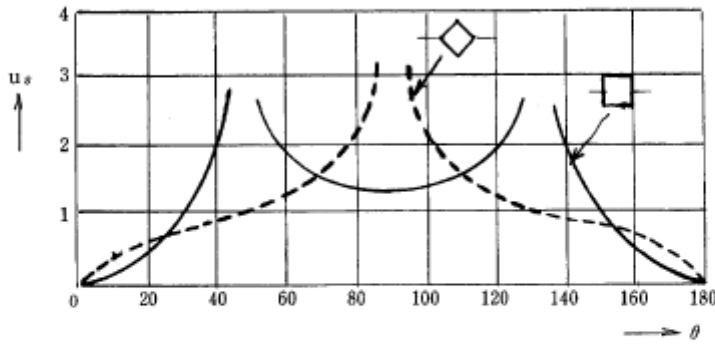
第1図Aの場合: 式(6)から

$$u_s = \left| \sqrt{2} \cdot \frac{\sin \theta}{\sqrt{\sin 2\theta}} \right| = \left| \sqrt{\tan \theta} \right| \quad (7)$$

第1図Bの場合: 式(6)'から

$$u_s = \left| \sqrt{2} \cdot \frac{\sin \theta}{\sqrt{\cos 2\theta}} \right| \quad (7')$$

式(7), (7')による計算結果を図示すると第2図のようになる。



第2図

また, 壁面の負圧力係数 C_p は, $C_p=1-(u_s)^2$ から容易に求めることが出来る。

ここに、角柱の壁面はなめらかであるとしている。頂辺中央部の風速は $\sqrt{2}$ になっているが、一般に n 辺形では $2^{1/n}$ になることは式(6)、(6)'から知られる。なお、 $n \rightarrow \infty$ では2となって円柱の場合に一致する。

4. 角柱近傍の風速

第1図Bの正方形柱について、頂辺の中央部から z 軸に沿っての風速が如何に変化するかを調べる。但し、 ω 面での距離は z 面での距離とは異なるので、詳細には積分によって求めなければならないが、こゝでは近似的に $z = jk$ ($k = 1, 2, 3, \dots$) に対応して一辺からの ω 面での距離を l とすると、 $l/D = 0.5, 1, 1.5, 2, \dots$ が成立するものとして求める。但し D は一辺の長さである。

斯くて、

$$\left| \frac{dF}{d\omega} \right| = \left| \frac{z^2 - 1}{\sqrt{z^4 + 1}} \right| = \left| \frac{k^2 + 1}{\sqrt{k^4 + 1}} \right| \quad (8)$$

においては、 $k = \{1, 2, 3, 4, 5\}$

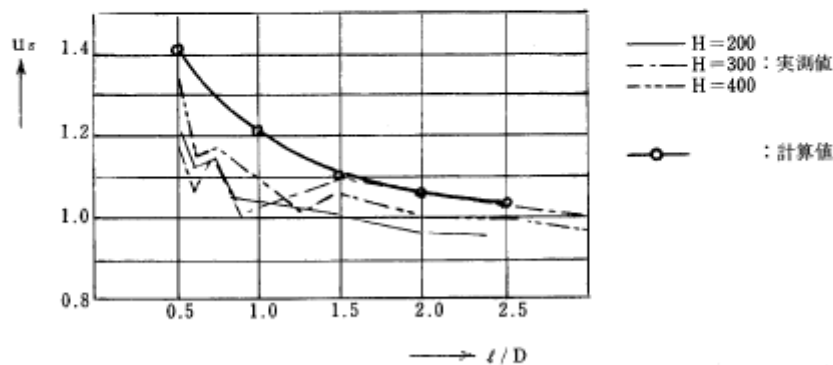
に対応して、 $u_s = \{1.41, 1.21, 1.10, 1.06, 1.04\}$

を得る。

この値は、風速の垂直分布が一様であるとしているので、垂直分布を考慮すれば、この計算値よりも小となる筈である。

第3図は Göttingen 風洞において、断面 $100 \times 100 \text{ mm}^2$ の角柱 (高さ 500 mm) について、高さ H の数ヶ所について実測された結果^(*)に、式(8)による計算値を加筆したものである。実測と計算とはよい一致を見せて居り、上のような近似計算が成立つことを示している。

なお、 ω 面の全面にわたる風速を求めることも出来る。



第3図

5. 考 察

以上の取扱いは、流れは理想的な二次元流とし、柱状体の壁面は滑らかであるとしている。なお円柱の場合にならって揚力・抗力等を吟味することも出来る。壁面が滑らかでない場合は表面係数を導入する。後流がある場合には後流の流線の形状を考慮して取扱う。

これらの詳細については別途に発表したいと考えている。

6. 結 言

z 面での円柱を ω 面での正多角形柱に変換する関数を求め、これを使用して、正多角形周辺の風速を求めることが出来た。

このような取扱いは、正多角柱の取扱に大きな指標を与えるものであり、得られた数式が極めて簡単であることはこれを利用する上においても利する所が多いと考える。

7. 文 献

- * 1 : O.SAKAI: "Terrain Factors connected to Overhead Lines."
CIGRE, 22-73-(IWG 01)01, (1973).
- * 2 : 亀井・丸田・新堀: "高層ビル周辺に生ずる強風に関する実験的研究"
構造物の耐風性に関する第2回シンポジウム, (1972).